Dark Matter Annilhilation

Patipan Uttayarat

1 Brief overview

Annihilation (ทำลายคู่) เป็นการที่ DM สองตัวมาเจอกัน ทำอันตรกิริยาต่อกัน (scatter) แล้วเกิดเป็นอนุภาคชนิดใหม่ที่อาจจะเป็นอนุภาคใน SM หรือไม่ก็ได้ DM annihilation cross-section มีความสำคัญทั้งในแง่ของ evolution of the universe และ การตรวจวัด DM

เลคเชอร์นี้จะมุ่งเน้นไปที่การตรวจวัด DM เป็นหลัก ในกรณีนี้ DM ที่ annihilate กันจะทำให้เกิดอนุภาคใหม่ (proton/antiproton, electro/positon, photon, neutrino, etc) ซึ่งอนุภาคเหล่านี้สามารถเคลื่อนที่มายังโลกได้ทำให้เราสามารถสังเกตมันได้ signal จำพวกนี้เรียกว่าเป็น indirect detection of dark matter

ปัจจัยต่างๆที่มีผลต่อการตรวจวัด DM โดยวิธี indirect detection คือ

1. annihilation rate เป็นอัตราที่ DM หักล้างกันแล้วเกิดเป็นอนุภาคใหม่ อัตรานี้ขึ้นอยู่กับ

$$\langle \sigma v_{rel} \rangle \tag{1}$$

   โดยที่ $\langle \cdot \rangle$ แทน thermal average v_{rel} คือความเร็วสัมพัธของ DM และ σ คือ annihilation cross-section สำหรับ final state ที่เราสนใจ (เลคเชอร์อ.ด้อล สำหรับการคำนวน cross-section)

2. Showering/fragmenting
   บางครั้ง final state จาก DM annihilation อาจจะไม่ใช่อนุภาคที่เราตรวจวัดตรงๆ เช่น final state เป็น W^+W^-, $b\bar{b}$ etc แต่อนุภาคที่เราตรวจวัดอาจจะเป็น $e^\pm$, γ, etc. ดังนั้นเราจะต้องคำนึงถึงการแตกตัวของอนุภาคเช่น W ไปให้อนุภาคที่เราสนใจ เราเรียกกระบวนการดังกล่าวว่าการ shower หรือการ fragmentation (เลคเชอร์ของ Miguel)

3. Line of sight integral
   สัญญาณที่มาถึงเครื่องวัดของเรา ไม่ว่าจะเป็น proton/antiproton, electron/positon, photon, neutrino, etc จากทิศทางหนึ่งในท้องฟ้าอาจจะเกิดมาจากการ annihilate ของ DM ที่อยู่ที่ระยะห่างใดก็ได้ในทิศทางนั้น ดังนั้นความแรงของสัญญาณในทิศทางหนึ่งๆจึงขึ้นกับโอกาศที่เราจะเป็น DM annihilate กันในทิศทางนั้นๆ ซึ่งก็ขึ้นอยู่กับความหนาแน่นของ DM ในทิศทางนั้นด้วย โดยทั่วไปเราจะแทน line of sight integral ด้วยสัญลักษณ์ J (หรือเรียกว่า J factor)

Parameter	NFW	Burkert
$(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$	$(1, 3, 1, 0)$	$(2, 3, 1, 1)$
r_s [kpc]	$16.1^{+17.0}_{-7.8}$	$9.26^{+5.6}_{-4.2}$
ρ_0 [GeV/cm^3]	$0.58^{+2=1.12}_{-0.36}$	$1.72^{+2.37}_{-0.61}$
ρ_{sc} [GeV/cm^3]	0.471	4.87

ตาราง 1 Parameters for the NFW and the Burkert DM density profiles

ดังนั้น flux ของสัญญาณอนุภาค x ที่มาถึงเครื่องวัดในทิศใดทิศหนึ่ง (เราระบุทิศด้วยมุมตัน ψ) สามารถเขียนคร่าวๆได้เป็น

$$\frac{d^2\Phi_x}{dE_x d\Omega} = \frac{\langle \sigma v_{rel} \rangle}{4\pi} J(\psi) \frac{R_{sc}\rho_{sc}^2}{m_\chi^2} \frac{dN_x}{dE_x} \tag{2}$$

โดยที่ $1/4\pi$ มาจากการที่เราประมาณว่ามีโอกาศ $1/4\pi$ ที่อนุภาค x จากการ annihilate จะพุ่งมายัง detector ของเรา (ในกรณีที่ DM เป็นปฏิอนุภาคของตัวเอง เราจะใช้ $1/8\pi$ แทน), factor $\frac{R_{sc}\rho_{sc}^2}{m_\chi^2}$ เป็น normalization factor สำหรับ line of sight integral ที่จะกล่าวถึงต่อไป ส่วน dN_x/dE_x เป็นจำนวนอนุภาค x ที่ถูกผลิตต่อหนึ่งการชนต่อพลังงานของมัน

2 J factor

ในส่วนนี้เราจะมาศึกษา J factor โดยละเอียด

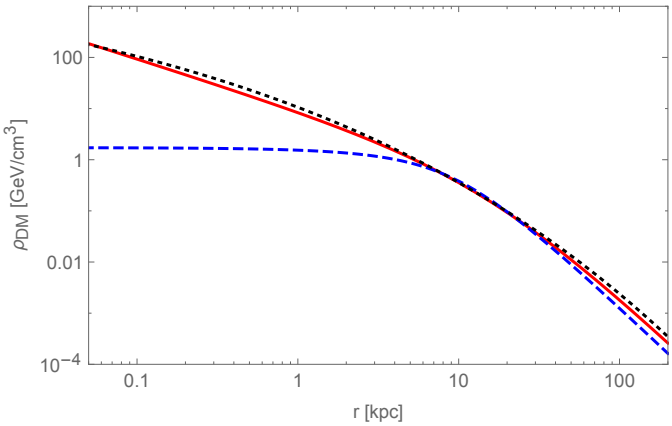
2.1 DM density profile

การกระจายตัวของ DM ในกาแลกซีของเราเป็นไปแบบ spherical symmetric โดยที่ความหนาแน่นของ DM ที่ตำแหน่งดวงอาทิตย์ (solar circle, $R_{sc} \simeq 8.5$ kpc), ρ_{sc} มีค่าประมาณ 0.47 GeV/m^{-3}

ในทางปฏิบัติ เราไม่รู้การกระจายตัวของ DM แต่เรามีหลายโมเดลสำหรับการกระจายตัวของ DM (เรียกว่า DM density profile) DM profile ที่นิยมใช้กันได้แก่ NFW profile และ Burkert profile โดยที่ profile ทั้งคู่สามารถเขียนได้อยู่ในรูป

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left(\delta + \frac{r}{r_s}\right)^\gamma \left(1 + \left(\frac{r}{r_s}\right)^\alpha\right)^{(\beta-\gamma)/\alpha}}, \tag{3}$$

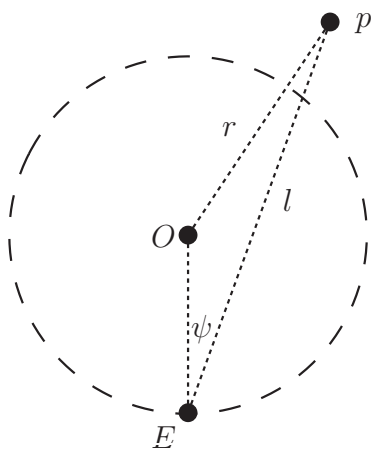
โดยที่ r_s คือ scale radius ของ profile, ρ_0 คือ normalization constant ที่ทำให้ $\rho_{sc} \simeq 0.47$ ค่าของพารามิเตอร์ต่างๆในแต่ละโปรไฟล์สามารถดูได้ในตารางที่ 1 ส่วน DM profile ทั้งสองแบบสามารถดูได้ในรูปที่ 2 สังเกตว่าในกรณีของ NFW โปรไฟล์จะ diverge เมื่อ $r \to 0$ (เพราะ $\delta = 0$) เราเรียกโปรไฟล์ชนิดนี้ว่า



รูปภาพ 1 DM profile เส้นทึบ NFW เส้นประ Burkert

เป็น cuspy profile ส่วนในกรณีของ Burkert เนื่องจาก $\delta = 0$ เมื่อ $r \to 0$ โปรไฟล์ลู่เข้าสู่ค่าคงที่ เราเรียกโปรไฟล์ชนิดนี้ว่า cored profile สังเกตอีกว่าเมื่อ $r \gtrsim 150$ kpc DM density ในทั้งสอง profile มีค่าน้อยมาก ในทางปฏิบัติเราอาจจะกล่าวได้ว่า Milkyway มีขนาดประมาณ 150 kpc ($R_{MW} \simeq 150$ kpc)

2.2 Line of sight integral for the Milky way



รูปภาพ 2 แผนภาพแสดงตำแหน่งของ DM annihilation point (P) ใน Milky way เทียบกับโลก (E) มุม ψ วัดจากแนว galactic center (EO) ไปยัง P

DM annihilation rate ที่จุด P ขึ้นอยู่กับว่ามี DM อยู่ตรงนั้นมากขนาดไหน หรือขึ้นกับ (number density)^2 ของ DM หรือความหนาแน่นกำลังสองของ DM ที่จุดนั้นนั่นเอง ($\rho(r)^2 = m_\chi^2 n(r)^2$) โดยส่วนใหญ่เราจะนิยมให้รูป $\rho(r)^2$ มากกว่าเพราะเป็นปริมาณที่ออกมาจาก DM density profile โดยตรง

ถ้าจุด P อยู่ห่างจากโลกเป็นระยะ l ในทิศ ψ ระยะของจุด P จากศูนกลางกาแลกซี O เป็น $\sqrt{R_{sc}^2 + l^2 - 2R_{sc}l\cos\psi}$ โดยที่ระยะ l ที่ไกลที่สุดในทิศ ψ ที่เราจะสนใจคือ $l_{max} = \sqrt{R_{MW}^2 - R_{sc}^2\sin^2\psi} + R_{sc}\cos\psi$

เนื่องจากสัญญาณที่มาเข้าสู่เครื่องตรวจวัดตามทิศ ψ สามารถเกิดที่จุด P ที่ระยะ $0 \leq l \leq l_{max}$ ดังนั้นเราต้องอินทิเกรตตลอดแนวนี้ อินทิกรัลตัวนี้มีชื่อว่า line of sight integral หรือ J factor นั่นเอง เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} J(\psi) &= \frac{1}{R_{sc}\rho_{sc}^2}\int_0^{l_{max}} dl\,[\rho(r)]^2 \\ &= \frac{1}{R_{sc}\rho_{sc}^2}\int_0^{l_{max}} dl\,\left[\rho\left(\sqrt{R_{sc}^2 + l^2 - 2R_{sc}l\cos\psi}\right)\right]^2 \end{aligned} \tag{4}$$

โดยที่ $1/(R_{sc}\rho_{sc}^2)$ เป็น normalization factor ที่เราใส่เข้าไปเพื่อทำให้ J dimensionless นี่เป็นที่มาของ factor $R_{sc}\rho_{sc}^2$ ในสมการที่ (2) ส่วน factor $1/m_\chi^2$ มาจากการเปลี่ยน DM density กลับเป็น number density นั่นเอง

2.3 Line of sight integral for other sources

เราสามารถใช้หลักการเดียวกันในการคำนวนหา light of sight integral ของ DM ที่มาจากแหล่งอื่นได้ เช่น จาก dwarf galaxies (satellite galaxies) ซึ่งในกรณีนี้เราเราแค่ทำการเปลี่ยนพารามิเตอร์

$$R_{sc} \to D_s, \quad R_{MW} \to R_s \tag{5}$$

โดยที่ D_s คือระยะจากโลกไปถึง sattelite galaxy และ R_s คือรัศมีของ sattelite galaxy

Exercise

1. All-sky averaged J factor
   เรานิยาม J_{avg} โดย

$$J_{avg} = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega \, J(\psi) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} d(\cos\psi) J(\psi)$$

   คำนวนหา J_{avg} สำหรับ NFW profile และ Burkert profile โดยใช้รัศมีของ milkyway เป็น 150 kpc
   Hint: Integration routine สามารถเรียกได้จาก scipy (google scipy.integrate)

2. J factor ของมุมต่างๆ
   plot graph J vs ψ (ในหน่วย $^\circ$) ของทั้ง NFW และ Burkert profile
   Hint: Plot routine ที่ง่ายต่อการใช้งานคือ matplotlib (google matplotlib.pyplot)